

UN METODO DELLE CELLE MORTAR PER PROBLEMI ELETTROTERMICI DI CONTATTO

P. Alotto⁽¹⁾, F. Freschi⁽²⁾, M. Guarnieri⁽¹⁾, F. Moro⁽¹⁾, M. Repetto⁽²⁾, A. Stella⁽¹⁾

⁽¹⁾ Dipartimento di Ingegneria Elettrica, Via Gradenigo 6/A, 35131 Padova

⁽²⁾ Dipartimento di Ingegneria Elettrica, C.so Duca degli Abruzzi 24, 10129 Torino

La simulazione numerica di problemi di contatto costituisce tuttora un problema di difficile soluzione, sebbene trovi importanti applicazioni a livello industriale. La complessità risiede principalmente nella soluzione di equazioni multi-fisiche, fortemente accoppiate e non lineari, e nella discretizzazione della geometria. La maggior parte dei modelli presenti in letteratura è basata su metodi FEM convenzionali, che non consentono di trattare problemi multi-dominio e multi-scala, impliciti nella modellistica del contatto. La conduzione elettrica e termica, nonché la potenza generata, dipendono dalle caratteristiche microscopiche del contatto [1][2]. E' stato dimostrato che questo tipo di problematiche può essere trattato in modo efficace con tecniche *domain decomposition* (DD) che separano il dominio computazionale in sottodomini. Tra le tecniche DD rientrano quelle di tipo *mortar*, che forniscono un modo flessibile per imporre la continuità tra sottodomini ed includere al tempo stesso le condizioni di interfaccia per simulare localmente il contatto [3]. E' stato osservato come formulazioni ibride possano essere sviluppate in modo naturale partendo da metodi discreti, quali il *metodo delle celle*, che consentono di scrivere le equazioni di campo direttamente in forma algebrica.

In [4] è stata proposta una tecnica mortar basata sul metodo delle celle per l'analisi di problemi elettrotermici di contatto. In essa i moltiplicatori di Lagrange duali (potenziali e temperature, flussi termici e correnti) sono associati a grandezze geometriche (nodi e facce) appartenenti alla superficie equivalente Γ_m , posta tra le superfici in contatto Γ_{c1} , Γ_{c2} (Fig.1).

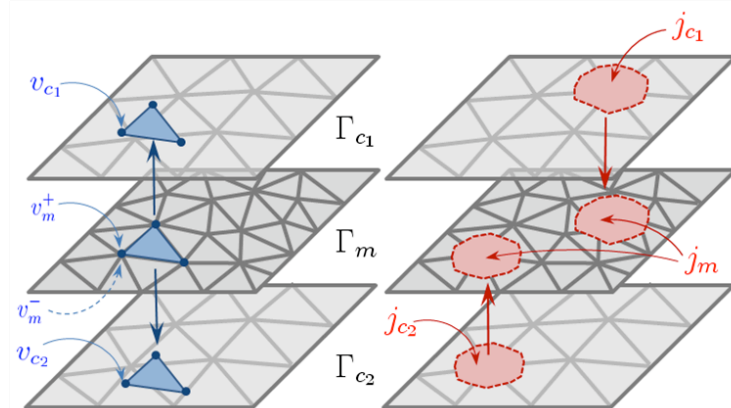


Fig. 1 – Accoppiamento simmetrico basato sul principio di dualità: p mappa le celle primali da Γ_m a Γ_c , mentre \tilde{p} mappa le celle duali da Γ_c a Γ_m ; le variabili sono associate alle grandezze geometriche.

Il vantaggio principale di tale formulazione mortar consiste nel poter discretizzare in modo accurato le condizioni di interfaccia, senza dover infittire la mesh in prossimità del contatto, a differenza delle tecniche FEM di uso tradizionale. La continuità tra le parti in contatto viene garantita utilizzando la seguente procedura geometrica (Fig. 1): l'operatore p mappa le celle primali da Γ_m a Γ_c , mentre l'operatore duale \tilde{p} mappa le celle duali da Γ_c a Γ_m ; allo stesso

modo, potenziali e temperature sono mappate da Γ_m a Γ_c , mentre correnti e flussi termici da Γ_c a Γ_m . Questo tipo di approccio, basato sul principio di dualità, consente di pervenire ad una matrice di rigidità simmetrica e definita positiva, con il vantaggio di poter utilizzare solver iterativi basati sul metodo del gradiente coniugato. All'interfaccia, in corrispondenza di Γ_m , si manifesta un salto di potenziale elettrico o di temperatura: ad esempio, $[v_m] = P v_c$. Il comportamento del contatto a livello locale viene descritto utilizzando la teoria di Holm [1]. Viene costruito il seguente sistema algebrico non lineare, che ha come incognite le variabili nodali (potenziali v , temperature θ) relative alle regioni di bulk ed i moltiplicatori di Lagrange duali (correnti j_m , flussi termici q_m) definiti sulla superficie mortar:

$$\begin{pmatrix} G^T M_\sigma G & O & -Q^T P^T & O \\ O & G^T M_\lambda G & O & -Q^T P^T \\ PQ & O & M_{\sigma_c^{-1}} & O \\ O & PQ & O & M_{\lambda_c^{-1}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ \theta \\ j_m \\ q_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} j_s \\ w \\ \theta \\ w_m \end{pmatrix}$$

Il sistema di equazioni viene risolto con il metodo del punto fisso, dopo aver eliminato i moltiplicatori di Lagrange, in base al metodo del complemento di Schur.

Il modello sviluppato è stato implementato in ambiente Visual Fortran ed è stato validato con un software FEM commerciale per l'analisi di problemi multi-fisici (COMSOL®). Per la validazione è stato preso in considerazione un modello 3D con elettrodi tronco-conici (2 cm di raggio, 5 cm di lunghezza, rame), percorsi da corrente continua (5 A/mm²). Le distribuzioni di potenziale elettrico e di temperatura ottenute con i due software sono riportate in Fig. 2.

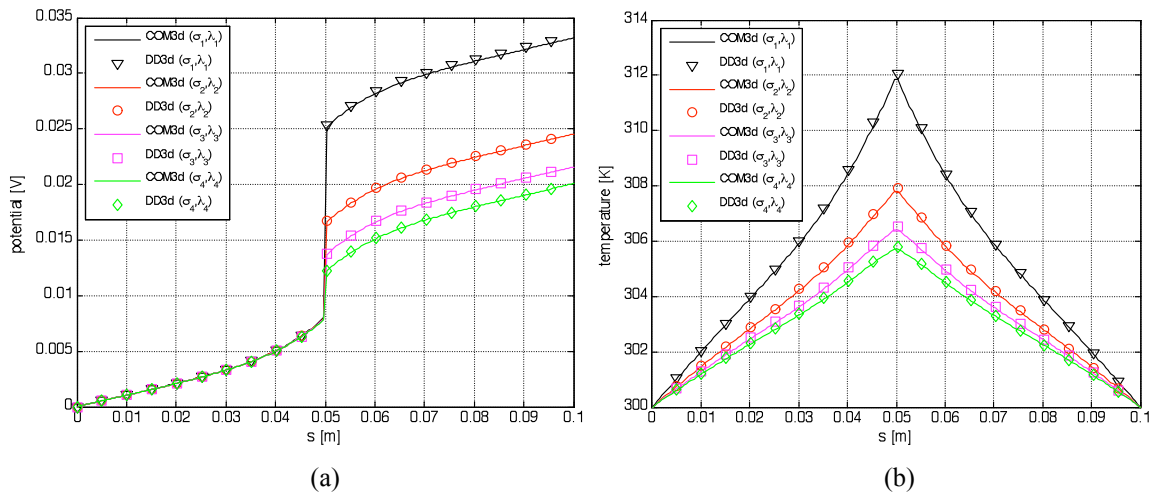


Fig. 2 – (a) Potenziale elettrico lungo l'asse di simmetria z per diverse pressioni di contatto; (b) Temperatura lungo l'asse di simmetria z per diverse pressioni di contatto. DD3d=domain decomposition; COM3d=COMSOL.

- [1] R. Holm, *Electrical Contacts – Theory and Application*, Springer, 2000.
- [2] A. Monnier, B. Froidurot, C. Jarrige, R. Meyer, P. Teste, “A mechanical, electrical, thermal coupled-field simulation of a sphere-plane electrical contact”, *Proc. 51st IEEE Holm Conf. on Electrical Contacts*, 2005.
- [3] S. Hübner, B.I. Wohlmuth, “Thermo-Mechanical Contact Problems on Non-Matching Meshes,” *Comp. Meth. App. Mech. Eng.*, vol. 198, pp. 1338-1350, 2009.
- [4] P. Alotto, M. Guarnieri, F. Moro, “A Mortar Cell Method for Electro-Thermal Contact Problems”, *IEEE Trans. Magnetics*, vol. 47, no. 5, Maggio 2011.